

# Преподавание математики

## Про книгу

Книжка присвячена викладанню математики з 1 по 8 клас на прикладі вальдорфської школи. Автор, який має багатий досвід викладання, спілкується з читачем зрозумілою та яскравою мовою і не тільки описує навчальний процес у класі, але й торкається історичних та духовних засад математики як такої.



РОН ДЖЕРМАН

# ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ



В 12345678 КЛАССАХ

# ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ

RON JARMAN

TEACHING  
MATHEMATICS

Volume 1  
Up to age 14



Hawthorn Press

РОН ДЖЕРМАН

# ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ

Второе издание

Перевод с английского  
Елены Мезенцевой,  
Виталины Масловой,  
Наринэ Мальцевой



Киев  
НАИРИ

УДК 373.3.916:51  
Д40

*Перевод с издания:*

Ron Jarman.

**Teaching mathematics.**

How to become imaginative and holistic.

Hawthorn Press, Stroud, Great Britain, 1998

Оформление обложки — Галина Анненко.

**Джерман Р.**

Д40 Преподавание математики. / Пер. с англ. —  
2-е изд. — К. : НАИРИ, 2018. — 416 с.  
ISBN 978-966-8838-16-3

Книга посвящена преподаванию математики с 1 по 8 класс на примере вальдорфской школы. Автор, имеющий богатый опыт преподавания, общается с читателем понятным и ярким языком, не только описывая учебный процесс в классе, но и затрагивая исторические и духовные основы математики как таковой.

**УДК 373.3.916:51**

ISBN 978-966-8838-16-3

© Hawthorn Press, 1998

© Издательство «НАИРИ», Киев, 2007

# Содержание

От редакции	8
Предисловие. <i>Крис Кларк</i>	9
Предисловие автора	15
<b>Введение. Математика и мистериальные школы</b>	
1. Преподавание в Греции	27
2. Нумерология	38
3. Целостный обзор	41
4. Математика и пути к духовному	45
<b>Глава 1. Математика и образование</b>	
1. Невидимая природа математики	51
2. Современная школьная математика	57
<b>Глава 2. Побуждение к математической деятельности</b>	
1. Ребенок до возраста 6-7 лет	63
2. Арифметика на раннем этапе (1 класс)	67
3. Как развивать математическую активность в возрасте 8-9 лет (от 1 к 3 классу)	88
4. Работая с 4 классом	101
<b>Глава 3. Примеры заданий для письменной работы на уроках арифметики в 1-3 классах (6-9 лет)</b>	
1. Первый класс	113
2. Второй класс	123
3. Третий класс	125
4. Периоды упражнений	130
<b>Глава 4. «Сердце детства»</b>	
1. Развитие ребенка	133
2. Арифметика	136
3. Геометрия от руки	137



## *Преподавание математики*

4. Четыре типа целых чисел . . . . .	140
5. Цели учебной программы по математике в 4-5 классах (9-11 лет) . . . . .	143
6. Итоги развития . . . . .	147
<b>Глава 5. Возможные задания для 4-5 классов (9-11 лет)</b>	
1. Дроби в четвертом классе . . . . .	151
2. Десятичные дроби в четвертом классе . . .	161
3. Рисование в четвертом классе . . . . .	164
4. Арифметика в пятом классе . . . . .	166
5. Ситуации открытий . . . . .	171
6. Геометрия в пятом классе . . . . .	172
<b>Глава 6. Преподавание математики в 6 классе (11-12 лет)</b>	
1. Методы, используемые в возрасте полового созревания . . . . .	179
2. Деньги и начало алгебры . . . . .	182
3. Упражнения для 6 класса (численные и алгебраические) . . . . .	187
4. Практические построения и точная дедуктивная геометрия . . . . .	190
5. Задания по геометрии для 6 класса . . . . .	204
<b>Глава 7. Преподавание алгебры в 7-8 классах (12-14 лет)</b>	
1. Подростки . . . . .	213
2. Обучение алгебре . . . . .	216
3. Уравнения и задачи, решаемые с помощью уравнений . . . . .	229
4. Тождества . . . . .	231
5. Площади и объемы . . . . .	235
6. Задания со степенями и квадратными корнями для 7 класса . . . . .	247
7. Системы уравнений и раскрытие скобок (8 класс) . . . . .	253

## Содержание

### **Глава 8. Преподавание геометрии в 7-8 классах (12-14 лет)**

1. Развитие в измерениях . . . . . 261
2. Геометрия 7 класса . . . . . 267
3. Задачи по геометрии для 7 класса . . . . . 275
4. Геометрия в 8 классе.  
Геометрическое место точек . . . . . 282
5. Геометрия в 8 классе. Тела . . . . . 289
6. Задания по геометрии для 8 класса . . . . . 302
7. Изображение перспективы . . . . . 309

### **Глава 9. Статистика и графики**

1. Их значение и место в мире . . . . . 319
2. Статистика и статистические графики  
в обучении . . . . . 327
3. Алгебраические графики . . . . . 335

### **Глава 10. Краткое изложение современной вальдорфской учебной программы по математике в средней школе**

1. Первоначальная программа 1919-1925 гг.  
и ее последующее развитие . . . . . 343
2. Основные составляющие программы по  
математике от класса к классу . . . . . 350
3. Сколько времени должно уделяться математике  
в школе и в домашней работе? . . . . . 360

### **Глава 11. Взгляд вперед — в старшую школу и далее**

1. Работа в старшей школе . . . . . 365
2. Математика и посвящение . . . . . 376
3. Астрономия . . . . . 382

**Приложение. Еще о математике и посвящении . 401**

**Примечания . . . . . 407**

## От редакции

Особенностью данной книги является то, что она представляет традиции математической культуры англоязычных стран (способы решения примеров и т.д.). В тех случаях, когда расхождения с отечественными традициями казались нам несущественными, мы приводили именно последние. В некоторых случаях, однако, материал сознательно оставлен в оригинальном виде. Часто это касается использования английской системы мер. Отечественный учитель может в таких местах попробовать использовать, например, древнеславянские меры.

Ниже дается краткий список встречающихся в книге английских мер и их эквивалентов в СИ:

*Дюйм* (") = 2,5 см; *фут* (') = 12" = 30,48 см; *ярд* = 3' = 36" = 0,915 м; *фурлонг* =  $\frac{1}{8}$  мили = 201 м; *миля* (сухопутная) = 1,609 км.

*Унция* = 28,35 г; *фунт* = 16 унциям = 453,6 г; *стоун* = 14 фунтам = 6,35 кг; *центал* = 100 фунтам = 45,36 кг; *тонна* = 20 центалам = 907,2 кг.

*Пинта* = 0,59 л; *галлон* = 8 пинтам = 4,546 л; *баррель* = 36 галлонам = 163,65 л.

# Предисловие

Математика — коварный предмет для преподавания. Дети легко могут потерять к нему интерес, и тогда он становится таким страшилищем, которого все боятся. Почему же так происходит, ведь математика способна явить величайшую красоту, увлечь своими загадками и головоломками, стать истинным «языком» и искусством жизни?

Недавно министр образования Великобритании выразил огромное беспокойство по поводу того, что дети очень плохо владеют устным счетом. И чтобы подтвердить это, он в телевизионном интервью заявил, что « $7 \times 8 = 54$ »!

«Цель каждого учителя, — утверждает Рон Джерман, — придать ученикам уверенность и развить их способности». Множество раз я наблюдал, как преподавание математики начиналось с «сухой абстракции», не имеющей ничего общего с миром ребенка. Так, например, учитель просит группу четырехлетних детей нарисовать картинки, отражающие их предпочтения в еде, в надежде проиллюстрировать понятия «больше, чем» и «меньше, чем».

Должно ли вовлекать детей в область абстрактного так рано? Какие различия они видят в своем мире непосредственных восприятий — возможно, касающиеся цвета,

движения, текстуры, — которые являются важными предвестниками последующего понимания системы цифр? Что они чувствуют? Что было бы, если бы преподавание математики принимало во внимание чувства маленьких детей?

Мы должны начинать из той области, в которой в данный момент живут дети. Для сравнения: мой собственный первый класс вальдорфской школы (дети семи лет) сравнивает походки гномов, эльфов и великанов, пересекающих ручей по тропинке из 12 камней, шагая на каждый второй, на каждый третий и на каждый четвертый камешек ( $12 = 6 \times 2$ ,  $4 \times 3$  или  $3 \times 4$ ). Робкому коротконогую гному приходится ступать на каждый камешек ( $12 = 12 \times 1$ ), но великан пересекает ручей в два огромных шага, каждый раз перешагивая 6 камней ( $12 = 2 \times 6$ ). Этот метод (если к тому же расположить на полу классной комнаты распиленные пеньки) превращает необходимое упражнение в движение по красочной волшебной сказке.

Если мы предложим детям «грудку камней», что они будут делать с такой абстракцией? Детям нужен «хлеб» — настоящая пицца для ума. «Камни» в математике — это чистые абстракции, такие как  $12 = 4 \times 3$ . Образы, созданные историей со сказочными персонажами, которые пытаются превзойти друг друга за счет длины своих ног, вместе с красочными картинками в «эпохальных тетрадах» по математике, суть достойная пицца для ума. Маленькие дети лучше всего работают с образами. Образы могут быть «схвачены» воображением ребенка, устанавливая связь между мыслью и чувством. Подобно тесту для хлеба, эта связь «подходит» — расширяется по мере развития образа в детском воображении.

## *Предисловие*

В дошкольном периоде особенно важно подражание. Оно продолжает оставаться таковым и в школе, где мы видим, что история, картина и образ, жест по-прежнему играют важную роль. Здесь существенно то, что акцент на образе предшествует абстракции. Тем не менее, в центре вальдорфской педагогики находятся три «столпа»: мышление, чувство и воля. И математика по существу является предметом воли. Рон Джерман пишет: «Воля должна быть привнесена в мышление».

Мир ребенка очень живой, и наиболее важен для него «дух». Дети должны встречать в математике жизнь, а не холодную жесткую абстракцию. В соответствии с программой вальдорфской школы Рон Джерман «вдыхает жизнь» в этот предмет. Это значит, что арифметика проистекает из ритмической системы человека, геометрия — из системы конечностей и костей. Вот мы и поем, и хлопаем в ладоши, и танцуем, чтобы ритм был неотъемлемой частью числа. Благодаря этому потенциально скучные таблицы становятся живыми.

И тогда мы обретаем целостный подход к преподаванию математики. Автор раскрывает духовный смысл происхождения этого предмета. Числовые отношения, подобно многим другим вещам в нашей жизни, рождаются в душе. Автор начинает с этого и, привлекая программу вальдорфской школы в целом, раскрывает развитие математических идей в их историческом контексте.

Красочный обзор происхождения и развития математики вдохновляет. Это, в свою очередь, помогает преподавателю более глубоко понимать своих учеников. Математика, как она представлена здесь, является предметом, с которым и учитель, и ученик работают одинаково: читают, отрабатывают, размышляют и сравнивают, чтобы достичь понимания.

## *Преподавание математики*

Суть математики — это отношения, отношения чисел и создание взаимосвязей. Созерцая Вселенную, ребенок ищет связь с элементами этой Вселенной, а также и с содержанием своего внутреннего мира, своей души: связь с сокровенным «Я». Это прекрасно иллюстрируется шестилетним ребенком на «празднике Рождественской спирали»: он входит в спираль и выходит из нее, открывая для себя нечто новое не только о спиральных и обратном движении, но и о потребности совместной работы в группе для того, чтобы этот опыт повторился. Здесь мы говорим о спирали как о развитии круга: круг разрывается, когда один его член отваживается приблизиться к центру, в то время как другие следят за ним, — чтобы опять вернуться в общий круг, как только центр будет достигнут и пережит.

В противоположность этому бывают ситуации, когда детские открытия нуждаются в мудром совете взрослого. Например, группу десятилетних детей попросили объяснить, отчего происходит задержка между вспышкой молнии и ударом грома после нее. Один «умник» предположил, что глаза видят вспышку до того, как уши получили сообщение, поскольку глаза расположены на голове «раньше», нежели уши!

Поскольку мышление перерабатывает математические факты и опыт каждого отдельного человека, в нем начинают появляться абстракции. Они необходимы для обмена идеями и выстраивания взаимосвязей. Если же, однако, от ребенка слишком рано требуют понимания абстракции или даже просто его поощряют, он теряет связь с самим собой, что приводит к потере смысла. Разочарование в математике и, как результат, появление низких показателей успеваемости, происходят из-за раннего развития абстрактности мышления,

## Предисловие

чему способствуют довольно жесткие государственные учебные программы.

Использование учебников и телевидения также может поощрять абстрагирование, поскольку оно игнорирует социальный аспект. Каждый преподаватель сердцем чувствует, что лучше всего дети учатся в общении с другими и особенно с восторженным учителем.

Когда я готовился стать вальдорфским учителем и взять свой первый класс шестилеток и семилеток в Винстонской вальдорфской школе, меня воодушевили мастерство, способность понимать людей и человечность Рона Джермана. Его мысли затронули струны моей души, поскольку его слова были напрямую связаны с моими собственными переживаниями, хранящимися в моей душе подобно «скелетам в шкафу». Эти переживания накопились за тридцать лет моей работы учителем начальной школы и директором школы в государственной системе. Теперь при выборе материала я опираюсь на свою интуицию, «читая» детские потребности, уходя от учебников везде, где только возможно, и обучая, исходя из моего собственного жизненного опыта. Например, «Мне необходимо нарубить для костра дров из одного бревна. “Одно” бревно становится “двумя”, а эти “два” — “четырьмя”. Целое является в нашем опыте первичным, работа осуществляется от целого к частям», — говорит Рон Джерман.

Лучшие игры для детей — те, которые исходят из воображения самого ребенка и его родителей, основываясь на окружающих вещах и событиях. Освобожденный от ограничений жесткой программы, я могу взрастить свое собственное понимание того, что именно дети должны знать и как это преподнести. Я выбираю любимую игру



первоклассников, вовлекающую умение каждого ребенка различными способами ловить, подбрасывать, отбивать «золотые» (теннисные) мячи по 10, 20, 30 и более раз. Это придает «волшебную энергию» рукам и дает им силы подниматься по воображаемой лестнице, чтобы выбраться из сада колдуна. Считая в десятках количество брошенных и пойманных мячей, мы узнаем наши шансы спастись из сада колдуна, что является одновременно и развлечением, и опытом в математике.

В этой книге приводится краткий обзор детского развития. Через нее красной нитью проходит принцип: «Легким касанием предвосхищать в младших классах то, что будет развиваться в старших, — это и есть настоящее образование». «Посев семян» для того, чтобы впоследствии «собрать урожай», играет существенную роль при изучении четырех арифметических действий, например, когда преподаватель предлагает правильно поместить числа в их «дом», подготавливая будущее понимание разрядов числа. Или предлагает детям нечто, над чем стоит подумать перед следующим уроком об «умножении в столбик».

Учитель может очень многое узнать из этой книги, с которой я сам провел немало счастливых часов, детально изучая ее содержание. Учителя государственных и вальдорфских школ вдохновятся таким целостным подходом к математике.

Бойкий стиль Рона Джермана делает эту книгу простой для чтения и восприятия. Она — действительно редкость среди методических книг: захватывает с первой страницы, передавая волшебство хорошего преподавания математики.

*Крис Кларк,  
Март 1998*

## Предисловие автора

Маленькие дети с большими ожиданиями приближаются к школьной жизни, живо переживая то, что втекает в них через все их органы чувств. Мир полон разных интересов: здесь и занятия, в которых они хотят участвовать, и всевозможные вещи, которым надо научиться, и другие дети и взрослые, с которыми они встретятся и будут вместе проводить время, жизненность и красота мира природы, а часто и его неподвижность. Инстинктивно они чувствуют, что их ожидают дары мудрости этого мира. Источник этих даров полон тайнств; он открывает пока еще скрытые радости и опасности, стимулирует ожидание. У детей есть внутреннее ощущение, что жизнь — это сложная задача, но есть и желание встретить ее творчески. Помочь им обрести веру в себя и в то, что заложено в них, является задачей, которую ставят перед собой родители и преподаватели, действующие из любви в истинном смысле этого слова.

Окружающий мир, как бы мы его ни использовали, не может сам по себе приносить детям знание. Только их собственная внутренняя деятельность,

отзываясь на существующий мир и соединяясь с ним, может это сделать. Так что же это, действующее в нас? Раньше говорили — человеческий дух. Сегодня мы можем с полным правом говорить о душе — при условии, что можем ясно описывать ее деятельность, три способа ее проявления. Во-первых, у нас есть *импульс действовать* и возможность определять направление наших действий, так что душа может оказывать влияние на мир и изменять его. Во-вторых, мир воздействует на нас, и душа реагирует на это воздействие множеством *чувств*: удивлением, отвращением, радостью, опасением, любопытством, привязанностью, скукой, энтузиазмом, завистью, благодарностью и т.д. В-третьих, на все, что мы воспринимаем нашими физическими органами чувств или внутренне, созерцая себя, душа отвечает *мышлением*. Это не просто автоматические реакции. Каждый раз душа может породить или подавлять эти три действия. Если, например, путешествуя, мы преодолеваем гору, наша душа может решить отреагировать на нее как на простую глыбу или же, наоборот, наполниться удивлением от ее необыкновенной формы и цвета, ее склонов, поросших лесами и пересеченных ручьями, чувствовать радость от полета птиц и от облаков, парящих вокруг вершины. Будем ли мы к тому же размышлять о происхождении горы в результате постепенного, пробивающегося наверх движения древних осадочных пород, созданных тысячами отложениями тел маленьких морских существ или, возможно, древних форм растений, — все это снова же зависит от нас. Душа

## Предисловие автора

вовсе не *обязана* чувствовать или мыслить каким-то определенным образом, если она к этому не склонна, как не обязана и начинать какую-нибудь деятельность. Один путешественник может заметить дым и огонь, загорающийся в лесу, и ничего не делать. Другой же, видя это и думая о возможных последствиях действий небрежных туристов, примет меры и сообщит местным пожарным.

Значит, душа человека — это то, что в нас мыслит, чувствует и действует. Она имеет нефизический характер. И эти три аспекта не могут быть восприняты физически. Даже самый великий нейрохирург или исследователь человеческого мозга, оснащенный наиболее совершенным научным оборудованием, не сможет увидеть происходящего в нас процесса мышления, поскольку последний не происходит непосредственно в мозге. В работе мозга воспринимаются определенные *результаты* мышления или его отсутствия, так же, как и влияние деятельности наших органов чувств, но это — другой вопрос. Мы знаем, что люди мыслят, обладают всеми видами чувств и реализуют свои волевые импульсы, но нам необходимо выйти за пределы простого физиологического исследования, если мы осознаем существование души.

Педагог, который не обладает осознанием нефизического характера души, будет склонен заниматься своей работой с позитивистским редуцированным отношением, характерным для современных материалистических наук. Он не будет способен понять характер индивидуума, который стоит перед ним. Мы

все знаем, что обладаем уникальной индивидуальностью, существование которой подтверждается всякий раз, когда мы используем слово «Я». Но как это связано с жизнью в нашем земном теле, останется непостижимой тайной, если мы не сможем понять, что душа, не будучи материальной, тем не менее абсолютно реальна. Индивидуальность—«Я»—человеческий дух (все это — эквивалентные понятия) живет в нас как «капитан» нашей души.

Во многих определяющих моментах жизни наш дух должен решить, насколько можно положиться на советы описанных трех помощников. Если полагаться исключительно на советы одного из них, это может привести к несчастью. Возьмем, к примеру, вступление в брак. Если мотивом останется только эмоциональное влечение и совместимость сексуальных побуждений — частично в чувстве и частично в воле, — уже через несколько месяцев вы придете к желанию иметь другого партнера. С другой стороны, такой же разрушительной может оказаться и исключительная уверенность в точной критической оценке качеств и способностей предполагаемого супруга (интересы, здоровье, образование, артистический или спортивный талант, богатство, характер, политические взгляды, способность готовить или вести хозяйство и т.д.). Прежде всего необходимо прислушаться к сердцу — реальным глубоким чувствам души, но так же существенно и ясное представление о том, что женитьба на таком человеке будет означать в будущем. И еще нечто большее требуется здесь — искра воли, которой

## Предисловие автора

можно доверять. Только «капитан» может принять окончательное решение. Только решение, принятое нашим «Я» в ясном сознании с помощью этих трех душевных сил, даст основания надеяться на успешный результат.

В самый критический момент истории Великобритании во время Второй мировой войны Уинстон Черчилль цитировал отрывок из поэмы В. Хенли<sup>1</sup>, в котором описано приближение смерти. Поэт просматривает свои успехи и неудачи, хорошие и плохие дела, свои мысли, чувства и поступки. Стих, который цитировал Черчилль, хорошо иллюстрирует роль человеческой индивидуальности:

*Неважно, сколь узки врата,  
Насколько полон список наказаний;  
Я — господин моей судьбы,  
Я — капитан моей души.*

Среди физически не видимых аспектов существа человека, упомянутых выше, имеется еще один, который можно назвать нашим *гением*. В отличие от вещей или существ в физическом мире, где ни одно тело не может занимать то же место в пространстве, которое занимает другое, подобные внутренние объекты подвижны и могут перетекать друг в друга. То, что называется гением (который, конечно, не является продуктом физических генов), имеет качества души, но в нем можно узнать наставника и путеводителя «Я» или «капитана» души. Этот гений имеет намного более глубокую и широкую способность к пониманию вещей, нежели то, что мы называем нашим интеллектом;

гений также может и обучать наш интеллект, насыщать нашу мыслительную деятельность, проникать в наши художественные чувства и волевые действия. Он может проявить себя в литературном, научном или художественном таланте. Он есть в каждом, но часто бездействует. Когда же он действительно стимулирует нас и помогает развивать наш творческий потенциал, мы стараемся не использовать термин «гений», если этот творческий потенциал не очень высокого уровня.

Имея все это в виду, давайте обратимся к теме математики. *В каждом человеке, в каждом ребенке живет математический гений.* Учитель никогда не должен думать (или говорить): «Этот ребенок никогда не поймет математику. Она находится за пределами способностей, которыми Бог (или же гены, если вы хотите быть материалистом) одарил его».

Вначале гений спит и покоится в деятельности легких или в биении нашего сердца (где находится истинный источник арифметики), а также в костях и мышцах наших конечностей (истинном источнике геометрии). Благодаря работе с этими областями, особенно в пении и музицировании, одна часть гения может подниматься до уровня гортани и шейных позвонков и «дремать» там. Другая же его часть может двигаться по рукам в кисти рук, когда ребенку помогают здоровым способом красочно рисовать. На этот раз он «дремлет геометрически». Когда эти две части, или аспекта, поднимутся к голове и объединятся, полноценный гений может пробудиться и математика станет

## *Предисловие автора*

сознательной деятельностью, достоянием человеческого мышления.

О том, какую роль играет математика и какую роль она может играть по отношению к наукам физического мира, с одной стороны, и наукам о душе и душе — с другой, пойдет речь в следующих главах.

На первый взгляд может показаться чрезвычайным противоречием утверждать в одном параграфе, что действия души — нефизические и нематериальные, а в следующем параграфе обращаться к органам человеческого тела, которые позволяют объективно нефизическому гению, проходя через различные области тела, выйти из состояния сна — вначале дремля, а затем пробуждаясь. Обратите внимание на слово «сердце». С одной стороны, мы используем это слово, чтобы обозначить физический орган, который контролирует пульсацию крови в нашем организме. Разве не случилось со многими из нас, что при встрече привлекательного представителя противоположного пола пульсация нашей крови ускорялась в ответ на наше восприятие? Мы можем поблагодарить сердце за то, что оно не позволяет кровяному давлению выйти из-под контроля. Но погодите. Действительно ли все дело заключается только в физических функциях? Мы можем научиться контролировать наши инстинкты и даже владеть ими. В каждой ситуации, при любой деятельности, которой мы занимаемся (не только в любовных делах), мы можем спросить себя: «С сердцем ли я это делаю?» Такой оборот относится не к физическому сердцу. И это не просто метафора. Гений языка понимает, что



подобно физическому сердцу мы имеем невидимое, нефизическое сердце, определенным образом связанное с анатомическим органом. Так же слово «рука» или «голова» не обязательно указывает только на физический орган нашего тела. Именно через невидимые голову, сердце, руки человеческая душа и человеческий дух могут сообщаться и управлять нашим физическим телом.

Не может ли быть так, что в последующем развитии, работая над этим правильным образом с помощью силы, которую наш гений вложит в нас, мы сможем также начать управлять своей печенью и всеми другими органами? Работа докторов и больниц будет выглядеть совершенно по-другому. Тогда выражение «наш гений, становясь математически активным, поднимается от сердца через гортань к голове» не будет восприниматься ни как грубое физическое описание, ни как простая метафора. В следующих главах будет представлено, как это движение можно учитывать в практическом преподавании математики.

Следуя таким взглядам на невидимые (духовные), но существенные силы, действующие в человеке, можно развить целую духовную науку. Этим фактически и занимался Рудольф Штайнер<sup>2</sup> в первой четверти XX столетия. Все, что описано в данной книге, в значительной степени получило вдохновение из работ Штайнера этого периода<sup>3</sup>. Фундаментальные основы этой духовной науки, также известной как антропософия, можно найти в книге Штайнера «Философия свободы»<sup>4</sup>.

## *Предисловие автора*

Перед тем как начать преподавать математику — арифметику или алгебру, геометрию, тригонометрию или математический анализ, компьютерное программирование или же теорию хаоса, — важно задаться вопросом, что же это в действительности за предмет. Этому и будут посвящены первая и вторая главы.

Цель каждого учителя математики состоит в том, чтобы придать своим ученикам уверенность, развить способность свободно «двигаться» в специфическом царстве каждой темы: будь то жизнь числа, или же появление геометрической формы и ее метаморфоз, или применение математического мышления к практическим ситуациям и техническим задачам мира. Более чем сорокалетний опыт преподавания этого предмета убедил меня, что детям и молодым людям очень везет, если они с 6-7 до 18 лет обучаются только в одной школе с небольшим числом преподавателей, у которых учатся глубоко и основательно. Их прогресс может быть здоровым и устойчивым. Такие условия созданы, прежде всего, в вальдорфских (штайнеровских) школах, первая из которых была основана в 1919 году и которых теперь существует более 900 на всех континентах мира. Важно также не менять классного учителя в конце каждого учебного года, что происходит в других, часто даже в очень хороших, школах. В вальдорфских школах это условие дополняется еще и преподаванием по эпохам: на протяжении приблизительно месяца ежедневно в течение первых двух часов школьного дня на так называемом «главном уроке» изучаются такие предметы,

как география, история, английский язык — в дополнение к ритмически повторяющимся коротким урокам для отработки навыков и упражнений.

Цель этой книги — представить полезные практические идеи и предложения для преподавания математики в школе. Книга может быть полезна также тому, кто не смог изучить математику в период своего обучения в школе или просто хочет ее «переучить». Здесь мы фокусируемся на путях преподавания математики все же в вальдорфской школе. Учителям-первопроходцам этих школ, во многих странах трудящимся за неадекватное жалование (в Англии в настоящее время размер финансовой помощи этим школам со стороны правительства меньше, чем где-либо в мире, а именно — **НУЛЕВОЙ!**), посвящается эта книга.

*Важное замечание для классных учителей,  
особенно в вальдорфских (штайнеровских) школах*

В последующих главах всесторонне представлен подход ко всем математическим темам, изучаемым в возрасте от 7 до 14 лет. Не были учтены лишь немногие темы, которые могут быть представлены детям в течение этих восьми лет. Это не значит, что учителю необходимо работать со всеми упомянутыми темами, чтобы дать адекватное математическое образование. Многие из них, конечно, существенны, но каждому учителю нужно предоставить возможность выбрать самому, какие из разработанных тем помогут приблизиться к оптимальному результату в работе с той группой детей, за которую он несет ответственность. У каж-

## *Предисловие автора*

дой школы есть своя собственная программа преподавания математики, разработанная для каждой возрастной группы учащихся. До какой степени это совпадает с программой, представленной здесь (см. главу 10), или же государственной программой, является делом конкретной школы и ее учителей.

Программа преподавания и примеры заданий для работы с детьми приведены с учетом очень широкого диапазона способностей. Способ, которым эти задания здесь представлены, однако, покажет, что каждому ребенку из бесчисленного множества вероятных будущих выпускников университетов по математике и другим наукам может помочь широкий, разнообразный опыт общения с числами и геометрией. Критика того, что многие виды работ, представленных в последующих главах, слишком сложны для «среднестатистического ребенка», безосновательна. Опыт показывает, однако, что такая критика будет продолжаться, поскольку она часто возникает из опасений самого учителя, что его собственные способности не позволяют преодолеть нечто большее, чем базовые темы математики начальной школы.

Прежде чем перейти к будничным, но жизненно необходимым вопросам преподавания математики, позвольте обратить ваше внимание на то, как в течение столетий люди воспринимали математику, в особенности ее духовное значение. Я надеюсь, что этот аспект, хоть и косвенно, сможет проясниться в ходе изложения, помогая оживить даже базовый уровень школьной математики.



# **Введение.**

## **Математика**

### **и мистериальные школы**

#### **§1. Преподавание в Греции**

Для учеников (в те дни называемых новичками), желающих поступить в греческие мистериальные школы, главным требованием были знание и опыт применения математических действий. Платон заявлял: «Бог геометризует». Его предшественник Пифагор требовал, чтобы его студенты занимались математикой в течение как можно большего времени на первом курсе, прежде чем они будут введены в более глубокие тайны Вселенной: Откуда мы прибыли до того, как родились? Что случается с нами после смерти? Каково происхождение нашей земной обители? На что указывают нам звезды? Как можно научиться слышать гармонию сфер? Когда лучше открыть внутренний слух, чтобы услышать разговоры богов? Почему вначале мы не осознаем наши истинные задачи и нашу жизненную судьбу?

Не существует записей о школе Пифагора, зафиксированных ее учениками, но несколько убедительных историй дошло до нас через различных передовых



Пифагор

биографов, среди которых Ямвлих<sup>1</sup>. Шюре<sup>2</sup> на основе духовного восприятия дал образное описание того, что там происходило. Еще раньше Биндель<sup>3</sup>, преподаватель математики в первой вальдорфской школе в Штутгарте, написал книгу, освещающую математическую и преподавательскую стороны работы Пифагора. После изучения этих и других книг и развития внутренних источников восприятия — опять же, при помощи и поддержке гения — появилось нижеследующее описание.

Новичок, желающий поступить в школу в Кротоне (чьи руины нужно искать на побережье Калабрии, современная Италия), должен был сначала отдать все свое имущество другим или же, если он сильно этого желал, школе. Затем ему нужно было пройти собеседование с тем, кого мы в настоящее время называем директором колледжа или университета. Первый вопрос Пифагора к нему был бы: «Умеете ли вы считать?»

В случае положительного ответа ученику предлагали предъявить доказательства этого. «Один, два, три, четыре...» — «Стоп! — требовал Пифагор. — У того, что вы назвали четверкой, есть сила десяти, и обучение, которое мы здесь даем, покажет это».

Тот, кто изучает сказания о Короле Артуре и Священном Граале, может вспомнить в этом месте сэра Галахада, певшего: «Моя сила — как сила десяти, потому что мое сердце чисто». В этой истории рассказывается далее, что долина, по которой он скакал, оглашалась эхом от (божественной) силы его песни.



Кінець безкоштовного  
уривку. Щоби читати  
далі, придбайте, будь  
ласка, повну версію  
книги.

**ridmi**  
ТВІЙ УЛЮБЛЕНИЙ КНИЖКОВИЙ

**КУПИТИ**